

I Empirische Tatsache: Die 0 ist keine Zahl sondern repräsentiert „nichts“

Okt. 2022. Die 0 gilt heute in den Wissenschaften unbestritten als Zahl. Aber sie kennzeichnet eine leere Stelle in der Folge von Ziffern einer Stellenwertzahl. Diese empirische Tatsache bedingt notwendig die Bedeutung „nichts“ der Zahlen, d.h. „keine Zahl“. Drei Jahrtausende lang galt diese Feststellung. Im 16. Jahrhundert wurde sie aufgrund philosophischer und religiöser Vorbehalte gegen das metaphysische Nichts in das Gegenteil, „etwas“ und „Zahl“, verkehrt und dadurch das tertium non datur verletzt. Diese falsche rationalistische Definition wurde als Axiom festgelegt. Sie zeigt allerdings keine Auswirkungen auf die angewandte Mathematik, bewirkt aber Widersprüche der Mengenlehre¹. Die axiomatische Wiedereinführung des „nichts“ der 0 re-evolutioniert die Grundlagen der Mathematik.

1. Einleitung
2. Nichts und nichts, „Nichts“ und „nichts“
3. Die 0 repräsentiert „nichts“ der Ziffern und Zahlen, d. h. „keine Ziffer“ und „keine Zahl“
4. Geschichte der Null
 - 4.1. Der Ursprung der Null.
 - 4.2. Die 0 in Europa
5. Axiom des „nichts“ der Zahlen

1. Einleitung

Die Existenz oder Nichtexistenz von 'nichts' war ein entscheidendes Thema in Philosophie und Religion der Kulturen der Antike und auch später. Als Zero im 18. Jahrhundert v. Chr. in Mesopotamien in der Mathematik auftauchte, war die Verbindung mit dem „nichts“ inhärent. Aber der unterschiedliche Glaube an die Existenz von 'nichts' in verschiedenen Regionen implizierte eine unterschiedliche Akzeptanz der Null der Bedeutung „nichts“. Die essentielle Unterscheidung von Nichts, nichts, „Nichts“ und „nichts“ wurde nicht erreicht. Die Rückwirkungen auf die Mathematik werden im Folgenden untersucht.

2. Nichts und nichts, „Nichts“ und „nichts“

Die immer noch andauernde Verwirrung über die Bedeutung der 0 rührt von der unzureichenden Unterscheidung der Begriffe des Titels dieses Abschnitts her. Nichts mit großem N bedeutet metaphysische absolute Nichtexistenz. Diese Idee unterscheidet sich grundlegend von nichts mit einem kleinen Buchstaben n, der anzeigt, dass etwas, das existiert, an einem bestimmten Ort nicht verfügbar ist, dort ist nichts. Die Bedeutung der Anführungszeichen wird durch das Zitieren von Platon erklärt. **Nichts existiert nicht, aber der Begriff „Nichts“ existiert.** Auch das nichts mit dem kleinen Buchstaben n existiert nicht, aber der Begriff „nichts“ existiert. **Die leere Stelle in einer Folge von Elementen ist nichts, die Kennzeichnung der Leerstelle repräsentiert „nichts“.** Aristoteles, der die Null kommentierte, differenzierte die Begriffe jedoch nicht angemessen. Er beschrieb das Nichts zurecht als nicht existent und lehnte daher auch die Null, das „nichts“, ab, indem er Nichts und „nichts“ gleichsetzte. Die Null war in Griechenland durch Kontakte mit den Babyloniern bekannt, aber die Griechen weigerten sich aufgrund dieses Missverständnisses sie zu verwenden. Diese Ablehnung des „nichts“ bzw. Nichts zeigte Auswirkungen im europäischen Mittelalter. Die wahre Bedeutung und die historische Entwicklung von 0 werden im Folgenden diskutiert.

3. Die 0 repräsentiert „nichts“ der Ziffern und Zahlen, d. h. „keine Ziffer“ und „keine Zahl“

¹ Die Thematik einschließlich der Literaturnachweise sind Teil des Buches von Gert Treiber, *„Nichts“ Krise und reEvolution der Grundlagen der Mathematik*, Cuvillier Verlag 2020.

Die 0 kennzeichnet eine leere Stelle in der Folge von Ziffern einer Stellenwertzahl, z. B. wurde 101 zunächst als 1 1 ohne die 0 geschrieben. Diese empirische Tatsache wird in der mathematischen Literatur anerkannt, die Konsequenzen wurden aber nicht bedacht.

Um die Bedeutung der 0 herauszuarbeiten wird zunächst eine leere Stelle in einer beliebigen Folge von Elementen E betrachtet (1). Sie sei durch ein Kennzeichen K markiert (2).

(1) E E E E E E E

(2) E E E K E E E

K kann kein Element E sein (3), sonst wäre die leere Stelle nicht markiert sondern aufgefüllt.

(3) $K \neq E$

Das Kennzeichen einer leeren Stelle in einer Folge von Elementen ist kein Element, sondern repräsentiert „nichts“ der Elemente, d.h. „kein Element“. Das gilt auch für eine Folge von Ziffern Z und die 0 (4). **Die Null kann keine Ziffer sein (5), sonst wäre die Leerstelle aufgefüllt, sondern repräsentiert „nichts“ der Ziffern, „keine Ziffer“.**

(4) ZZZ0ZZZZ

(5) $0 \neq Z$

Eine Ziffer ist auch eine Zahl. Die 0 ist deshalb auch „keine Zahl“. Das gilt nicht nur für die 0 innerhalb einer Stellenwertzahl, sondern auch für die 0 als Term von Gleichungen (6), (7):

(6) $0 \pm n = \pm n$

Nach Streichung von $\pm n$ auf beiden Seiten der Gleichung ergibt sich:

(7) $0 =$

Die rechte Seite der Gleichung bleibt leer. Die 0 ist auch in Gleichungen einer leeren Stelle, „nichts“, gleich, genauso wie in einer Stellenwertzahl.

Die 0 ist keine Zahl, sondern repräsentiert „nichts“ der Ziffern und Zahlen, d.h. „keine Ziffer“ und „keine Zahl“.

Giuseppe Peano legte die 0 im Jahr 1902 dagegen axiomatisch als natürliche Zahl fest, der auch heute gültig ist. Diese Festlegung widerspricht einem der grundlegenden Axiome der Logik, dem 'tertium non datur': Entweder ist eine Aussage A wahr, oder ihre Negation, ein Drittes gibt es nicht. Die Bedeutung der 0, „nichts“ und „keine Zahl“, ist eine empirisch belegte Tatsache, also wahr.

Das tertium non datur widerlegt das Axiom, die 0 sei „etwas“, eine „Zahl“.

4. Geschichte der Null

4.1. Der Ursprung der Null.

Die ersten Zahlensysteme besaßen keine Null, sie wurde zum Zählen und Rechnen auch nicht benötigt. Die Null war erst bei Stellenwertzahlen nützlich. Das erste dieser Systeme wurde in Mesopotamien im 2. Jahrtausend v. Chr. entwickelt. Die leere Stelle war ein Jahrtausend lang nicht gekennzeichnet, 101 wurde als 1 1 geschrieben.

Die Babylonier nutzten die Basis 60 eines Sexagesimalsystems. Das Dezimalsystem mit der Basis 10 wurde von den Indern im 3. Jahrhundert n. Chr. erfunden. **Bhaskara** stellte im Jahr 1150 in seinem *Lilavati* für die Ziffern 1, 2, 3, ... 9 und die 0 fest:

„Die Stelle, an der keine der neun Ziffern vorliegt, ist durch eine Lücke gekennzeichnet, die durch einen Kreis markiert ist, um Fehler zu vermeiden.“

Die Bedeutung der 0 drückt sich auch in der Bezeichnung „sunya“, für „leer“, „nichts“ aus.

Die Inder rechneten bereits mit der 0, aber nie in der Bedeutung „Zahl“, sondern immer als „sunya“. Die heute häufig geäußerte Behauptung, das Rechnen mit der 0 würde diese als Zahl begründen, ist falsch, wie auch (6) und (7) zeigen. **Die 0 repräsentiert auch „keine Zahl“.**

Auch die Araber übernahmen die 0 in der Bedeutung des Hindu-Systems als „sifr“, „leer“, „nichts“.

4.2. Die 0 in Europa

4.2.1 Die 0 bedeutet Jahrhunderte lang „nichts“, „keine Ziffer“, und „keine Zahl“

Im 10. Jahrhundert brachten die Muslime die 0 in der Bedeutung „nichts“ nach Europa.

Fibonacci übersetzte in seinem *liber abaci* zu Beginn des 13. Jahrhunderts das arabische „sifr“,

„nichts“, durch das lateinische „zephirum“. **Noch im 16. Jahrhundert wurde die 0 als „nulla figura“, „keine Ziffer“ und „keine Zahl“, beschrieben.**

Die 0 der Bedeutung „nichts“ war aber mit einer schweren Hypothek belastet.

In Europa war das metaphysische Nichts, dem das mathematische „nichts“ fälschlich gleichgesetzt wurde, verfemt, das hatten bereits die Griechen der Antike bewirkt. Aristoteles beschrieb das Nichts als nicht existent und lehnte deshalb auch die Null ab, die in Griechenland durch die Kontakte mit den Babyloniern bekannt war. In Indien existierten dagegen keine Vorbehalte, das „nichts“ war positiv besetzt.

Im religiös geprägten Mittelalter war das Nichts zudem durch den Kirchenvater Augustinus geächtet. Für ihn bedeutete das Nichts die Abwesenheit Gottes und war mit dem Teufel assoziiert.

Das Dezimalsystem konnte sich deshalb in Europa Jahrhunderte lang nicht gegen das unterlegene römische System **durchsetzen**. Im 16. Jahrhundert wurde der Vorteil aufgrund der aufkommenden Buchhaltung aber immer gravierender und das Dezimalsystem mit der 0 wurde schließlich übernommen. Das forderte seinen Preis.

4.2.2. Im 16. Jahrhundert wird aus 0 widersprüchlich „etwas“, „Ziffer“ und „Zahl“
Aus dem teuflischen „nichts“ und „keine Zahl“ wurde in einem viele Jahrzehnte währenden wirren Umbruch widersprüchlich „etwas“ und „Zahl“. Einige Mathematiker wie Descartes, Leibniz und Euler hielten zwar die Bedeutung „nichts“ noch aufrecht, zweifelten aber nicht mehr an der „Zahl“. Daß „nichts“ der Zahlen keine Zahl sein kann wurde nicht erkannt. Es verschwand dann aber sukzessive aus der Mathematik, „nichts“ ist heute nicht definiert.

Peano schuf dann 1902 das Axiom, das die 0 als natürliche Zahl festlegt.

Mathematiker, die mit der Geschichte der 0 vertraut sind wissen, daß diese ursprünglich „nichts“ und „keine Zahl“ repräsentierte. Sie bezweifeln trotzdem nicht, daß die 0 zurecht als Zahl definiert sei. Schließlich seien irrationale und imaginäre Größen wie $\sqrt{2}$ und $\sqrt{-1}$ zunächst ebenfalls nicht als Zahlen akzeptiert und dann doch unter diese aufgenommen worden. Die ursprüngliche Bedeutung der 0, „nichts“, sei nur ein irrelevantes historisches Relikt. Aber irrationale und imaginäre Größen waren immer „etwas“, das widerspruchsfrei als „etwas anderes“ gedeutet werden konnte. Der inhärente Widerspruch der Verkehrung der 0 von „nichts“ und „keine Zahl“ in „etwas“ und „Zahl“ wurde nicht erkannt. Die historische Entwicklung der Bedeutung der 0 zeigt, daß die „Zahl 0“ aufgrund der aufgeführten zeitlos gültigen Tatsachen nicht zu rechtfertigen ist. Sie ist das Resultat metaphysischer Vorbehalte gegen die tatsächliche Bedeutung „nichts“.

Die falsche Definition wirkte sich lange nicht aus, da der angeblichen „Zahl 0“ die Eigenschaften des „nichts“ weiter zugeschrieben wurden und werden. Erst in der Mengenlehre änderte sich das und der Widerspruch wurde virulent. Es ist nicht erstaunlich, daß vor allem der Antipode der Null, unendlich, betroffen ist, wie in Artikel II gezeigt wird..

5. Axiom des „nichts“ der Zahlen

Die 0 wird wieder gemäß ihrer wahren Bedeutung definiert:

(8) Definition: Die 0 ist das Zeichen für „nichts“ der Zahlen, d.h. „keine Ziffer“ und „keine Zahl“.

Ein Zeichen wird durch $\mathbb{Z}$ gekennzeichnet, Zahlen durch x , damit wird das Axiom des “nichts” der Zahlen formuliert:

(9) Axiom: $\exists \mathbb{Z} : \mathbb{Z} = 0 \leftrightarrow \forall x : \neg (\exists x : x = 0)$

Es existiert ein Zeichen $\mathbb{Z} = 0$ der Bedeutung “keine Ziffer” und „keine Zahl“, äquivalent dazu ist die Aussage, daß für alle Zahlen x gilt, daß sie nicht gleich 0 sind.

Das Axiom kann auch als gegenseitiger Beweis der beiden Sätze formuliert werden.

Die Wiedereinführung des „nichts“ re-evolutioniert die Grundlagen der Mathematik:

Das Axiom des “nichts” der Zahlen widerlegt die Existenz transfiniter Zahlen (Artikel II).

Das Axiom des “nichts” der Mengen widerlegt die Existenz transfiniter Mengen (Artikel III).

Das Axiom des “nichts” der Beweisführung widerlegt die Unvollständigkeit der Theorie der natürlichen Zahlen (Artikel VII).

